

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# La modélisation du son

Frédéric Racine

Université d'Orléans

20 juin 2013

# Un son

## La modélisation du son

Frédéric Racine

## Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Un son

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

Un **son** correspond à une onde produite par la vibration mécanique d'un support qui se propage dans un milieu (le plus souvent l'air).

# Une onde

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Une onde

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

Une **onde** consiste en le déplacement d'une déformation locale du milieu physique sans déplacement global de la matière.

# Une onde

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

Une **onde** consiste en le déplacement d'une déformation locale du milieu physique sans déplacement global de la matière.



# Onde longitudinale et Onde transversale

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Onde longitudinale et Onde transversale

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

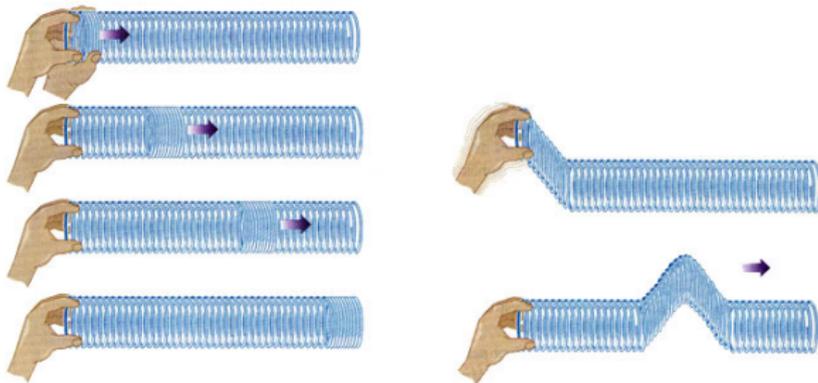
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Croisement d'onde

## Addition des effets

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Croisement d'onde

## Addition des effets

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Croisement d'onde

## Addition des effets

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Croisement d'onde

## Addition des effets

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

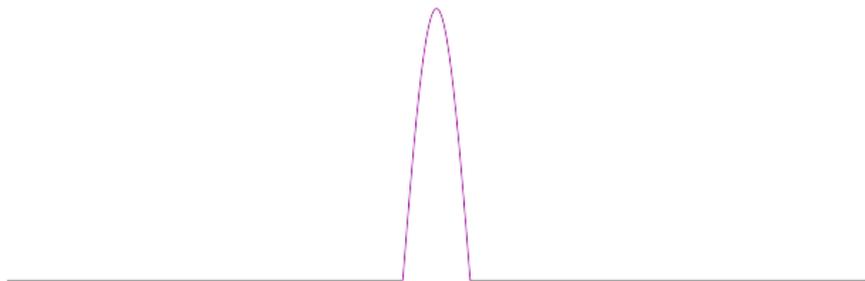
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Croisement d'onde

## Addition des effets

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Croisement d'onde

## Addition des effets

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# La vibration

## La modélisation du son

Frédéric Racine

## Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# La vibration

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

Une **vibration** est un mouvement d'oscillation autour d'une position d'équilibre.

# Fonctionnement d'un tambour

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Fonctionnement d'un tambour

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Fonctionnement d'un piano

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Fonctionnement d'un piano

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

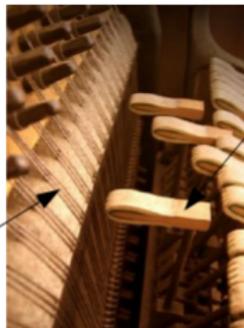
Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



table d'harmonie



# Les caractéristiques du son

## La modélisation du son

Frédéric Racine

## Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Les caractéristiques du son

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## ■ la durée

# Les caractéristiques du son

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

- la durée
- l'intensité

# Les caractéristiques du son

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

- la durée
- l'intensité
- la hauteur

# Les caractéristiques du son

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

- la durée
- l'intensité
- la hauteur
- le timbre

# Exemple de partition

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Exemple de partition

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## 2nd B $\flat$ CORNET

Musical score for 2nd B $\flat$  CORNET, measures 11 to 16. The score is written in treble clef with a key signature of two flats (B $\flat$  and E $\flat$ ). Measure 11 starts with a rest, followed by a quarter note G $\flat$  (marked with a box 11), a quarter note A $\flat$ , and a quarter note B $\flat$ . Measure 12 begins with a quarter rest, followed by a quarter note C $\flat$  (marked with a box 12), a quarter note D $\flat$ , and a quarter note E $\flat$ . Measure 13 contains a quarter note F $\flat$ , a quarter note G $\flat$ , and a quarter note A $\flat$  (marked with a box 13). Measure 14 features a quarter note B $\flat$ , a quarter note C $\flat$ , and a quarter note D $\flat$  (marked with a box 14). Measure 15 is marked "Harmon mute" and "mf", containing a quarter note E $\flat$ , a quarter note F $\flat$ , and a quarter note G $\flat$  (marked with a box 15). Measure 16 is marked "Rall.", "poco cresc.", "Adagio", and "Open", containing a quarter note A $\flat$ , a quarter note B $\flat$ , and a quarter note C $\flat$  (marked with a box 16). The score includes various musical notations such as accents, slurs, and dynamic markings.

# Un son musical

## La modélisation du son

Frédéric Racine

## Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Un son musical

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

On appelle **son musical** tout son auquel on peut associer une hauteur.

# Résumé

## La modélisation du son

Frédéric Racine

## Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Résumé

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

Nous avons vu ce que sont :

- un son
- une onde
- une vibration
- les caractéristiques du son
- un son musical

# Résumé

## La modélisation du son

Frédéric Racine

## Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Résumé

## La modélisation du son

Frédéric Racine

## Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Résumé

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

point de vue musical

# Résumé

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

point de vue musical

son, son musical

# Résumé

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

point de vue musical	son, son musical
point de vue des sciences physiques	

# Résumé

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

point de vue musical	son, son musical
point de vue des sciences physiques	vibration et onde

# Résumé

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

point de vue musical	son, son musical
point de vue des sciences physiques	vibration et onde
point de vue mathématique	

# Résumé

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

point de vue musical	son, son musical
point de vue des sciences physiques	vibration et onde
point de vue mathématique	?

# Résumé

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

point de vue musical	son, son musical
point de vue des sciences physiques	vibration et onde
point de vue mathématique	?

## Remarque

*On remarque que l'onde associée à un son musical est périodique.*

# Une fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

**Modélisation  
mathématique**

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Une fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

**Modélisation  
mathématique**

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

# Une fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

Soit  $f$  une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ .

# Une fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

Soit  $f$  une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ .

On dit que  $f$  est périodique si il existe  $T > 0$  tel que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x + T) = f(x)$

# Une fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

Soit  $f$  une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ .

On dit que  $f$  est périodique si il existe  $T > 0$  tel que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x + T) = f(x)$

## Définition

$T$  est appelée une période de  $f$ .

# Une fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

Soit  $f$  une fonction de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ .

On dit que  $f$  est périodique si il existe  $T > 0$  tel que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x + T) = f(x)$

## Définition

$T$  est appelée une période de  $f$ .

## Notation

Si  $T$  est une période de  $f$ , on dit que  $f$  est  $T$ -périodique.

# Exemple d'une courbe de fonction périodique correspondant à un son

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

**Modélisation  
mathématique**

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Exemple d'une courbe de fonction périodique correspondant à un son

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

**Modélisation  
mathématique**

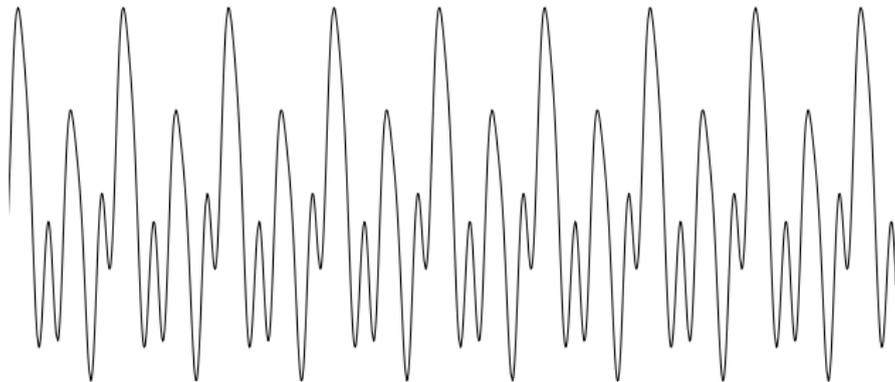
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# LA période

## La modélisation du son

Frédéric Racine

Son et onde

## Modélisation mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# LA période

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Remarque

# LA période

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Remarque

*Pour une fonction périodique  $f$  correspondant à un son musical, on peut montrer qu'il existe une plus petite période. On appelle celle-ci LA période de  $f$ .*

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Proposition

## Proposition

- 1 *Si  $f$  et  $g$  sont deux fonctions  $T$ -périodiques alors  $f + g$  est  $T$ -périodique.*

## Proposition

- 1 *Si  $f$  et  $g$  sont deux fonctions  $T$ -périodiques alors  $f + g$  est  $T$ -périodique.*
- 2 *Si  $f$  est  $T$ -périodique, alors pour tout  $A \in \mathbb{R}^*$  et  $B \in \mathbb{R}$ ,  $Af + B$  est  $T$ -périodique.*

# Le cercle trigonométrique

## phénomène périodique naturel

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

**Phénomène  
périodique  
naturel**

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Le cercle trigonométrique

phénomène périodique naturel

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

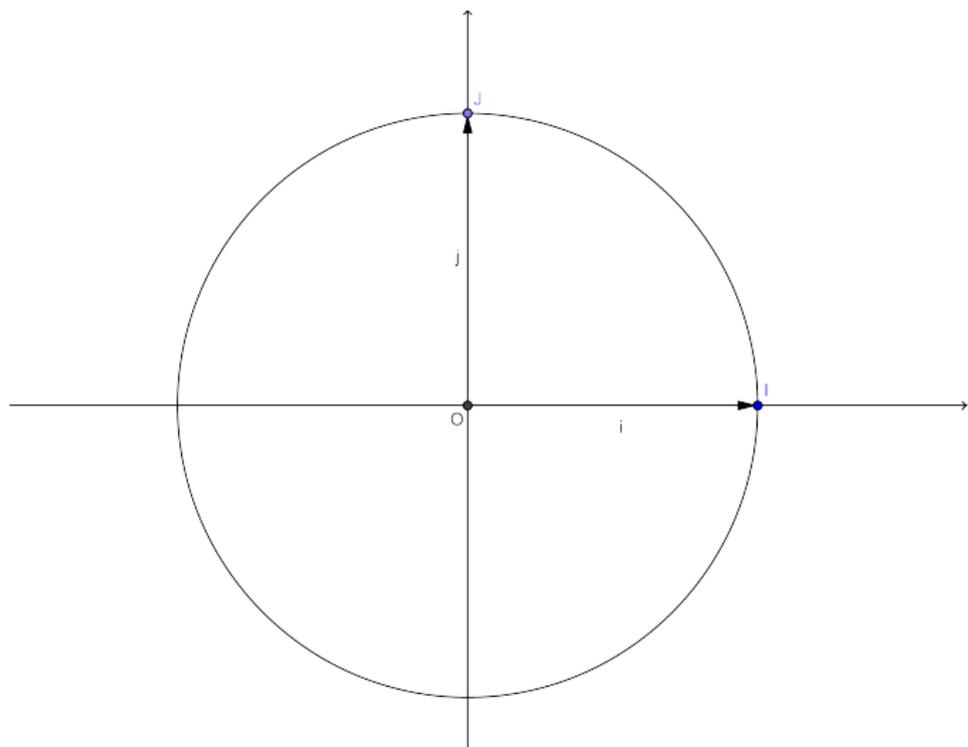
**Phénomène  
périodique  
naturel**

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Le radian

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

**Phénomène  
périodique  
naturel**

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Le radian

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

**Phénomène  
périodique  
naturel**

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

# Le radian

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

Soit  $M$  un point du cercle trigonométrique.

# Le radian

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

Soit  $M$  un point du cercle trigonométrique.

La mesure en radian de l'angle orienté  $(\vec{i}; \overrightarrow{OM})$  est notée  $\theta$  et est égale à la longueur de l'arc de cercle  $\widehat{IM}$  si l'angle est direct et à l'opposé de cette longueur si l'angle est indirect.

# Le radian

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

**Phénomène  
périodique  
naturel**

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Le radian

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

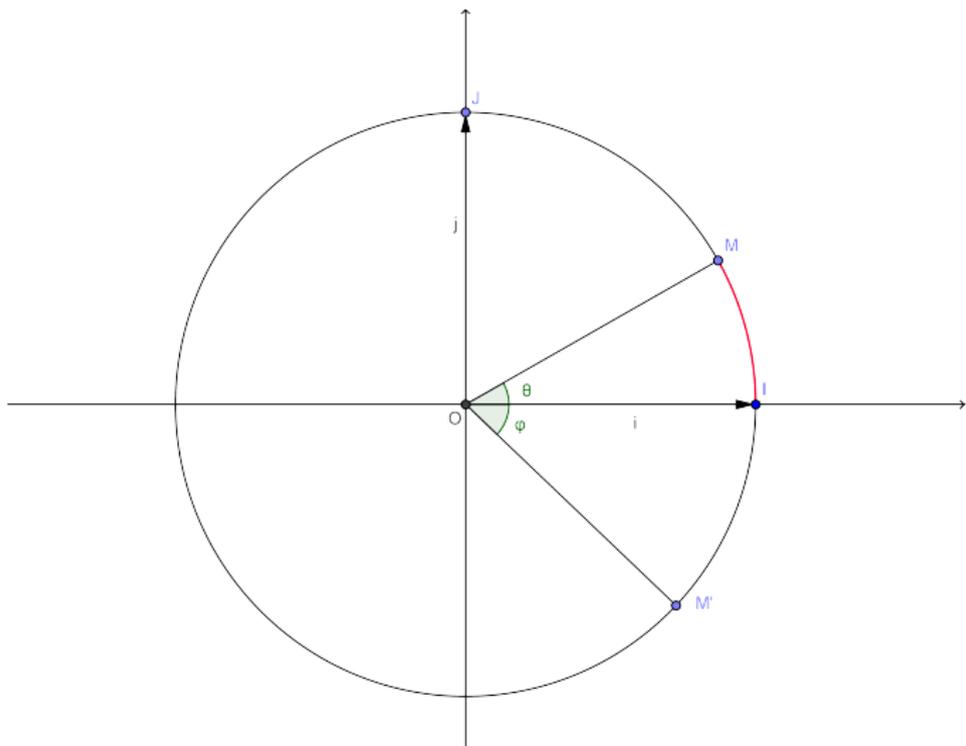
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Démonstration

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

**Phénomène  
périodique  
naturel**

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Démonstration

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

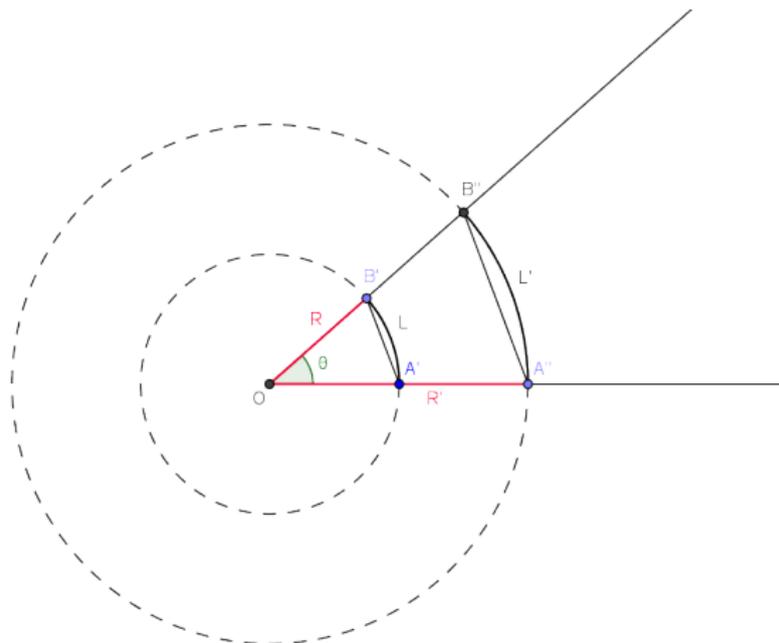
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Démonstration

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

**Phénomène  
périodique  
naturel**

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Démonstration

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

**Phénomène  
périodique  
naturel**

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Démonstration

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

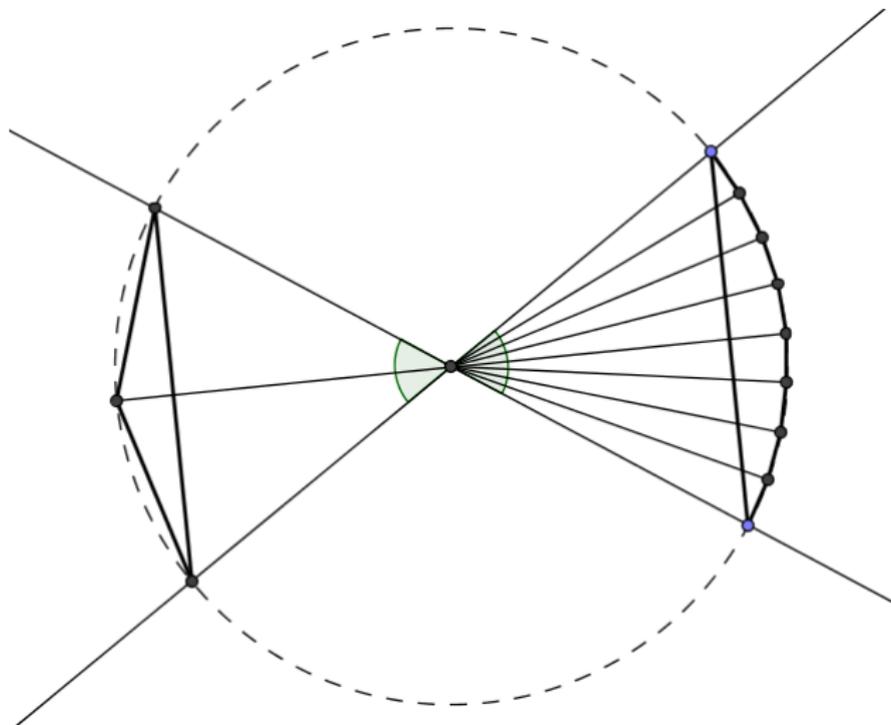
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Quelques mesures

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

**Phénomène  
périodique  
naturel**

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Quelques mesures

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

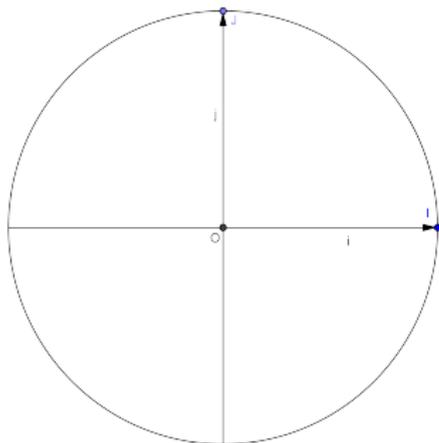
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz





# Résumé

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

**Phénomène  
périodique  
naturel**

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Résumé

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

Nous avons vu ce qu'est :

- une fonction périodique
- un phénomène périodique naturel
- le radian

# Sinus et Cosinus d'un angle

Repérer un point sur un cercle

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

**Les fonctions  
périodiques de  
bases**

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Sinus et Cosinus d'un angle

Repérer un point sur un cercle

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

**Les fonctions  
périodiques de  
bases**

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

# Sinus et Cosinus d'un angle

Repérer un point sur un cercle

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

- La fonction cosinus notée  $\cos$  est la fonction qui à tout angle  $\theta$  exprimé en radian associe l'abscisse du point  $M$  correspondant sur le cercle trigonométrique.

# Sinus et Cosinus d'un angle

Repérer un point sur un cercle

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

- La fonction cosinus notée  $\cos$  est la fonction qui à tout angle  $\theta$  exprimé en radian associe l'abscisse du point  $M$  correspondant sur le cercle trigonométrique.
- La fonction sinus notée  $\sin$  est la fonction qui à tout angle  $\theta$  exprimé en radian associe l'ordonnée du point  $M$  correspondant sur le cercle trigonométrique.

# Sinus et Cosinus d'un angle

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

**Les fonctions  
périodiques de  
bases**

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Sinus et Cosinus d'un angle

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

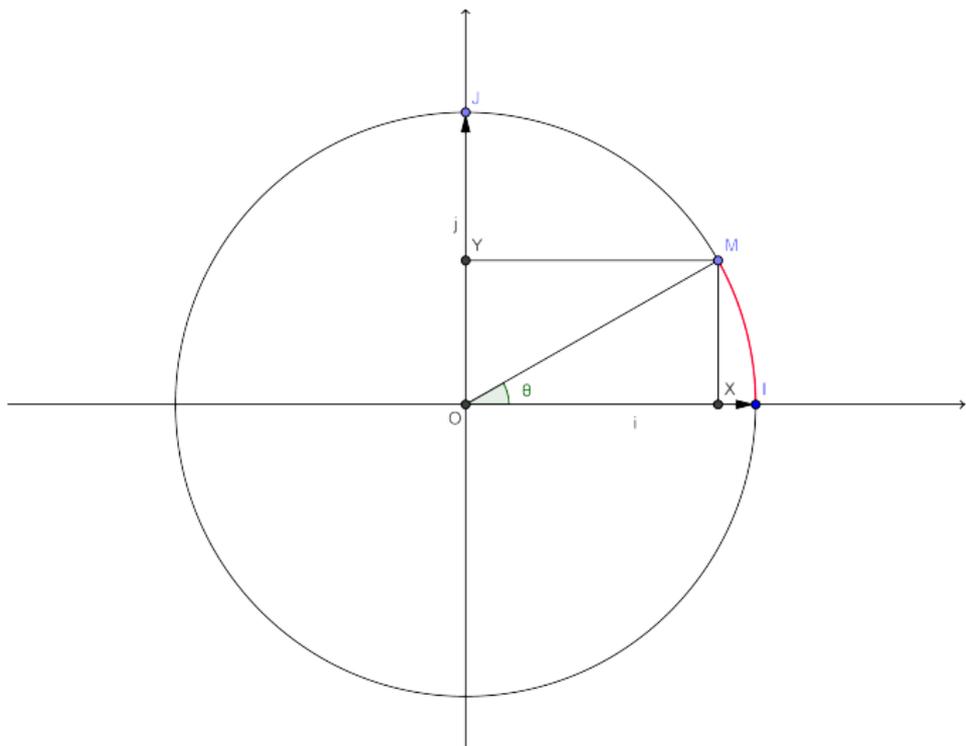
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Sinus et Cosinus d'un angle

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

**Les fonctions  
périodiques de  
bases**

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Proposition

# Sinus et Cosinus d'un angle

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Proposition

$$1 \quad -1 \leq \cos(\theta) \leq 1 \text{ et } -1 \leq \sin(\theta) \leq 1$$

# Sinus et Cosinus d'un angle

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Proposition

- 1  $-1 \leq \cos(\theta) \leq 1$  et  $-1 \leq \sin(\theta) \leq 1$
- 2  $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$

# Démonstration

## La modélisation du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

**Les fonctions  
périodiques de  
bases**

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Démonstration

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

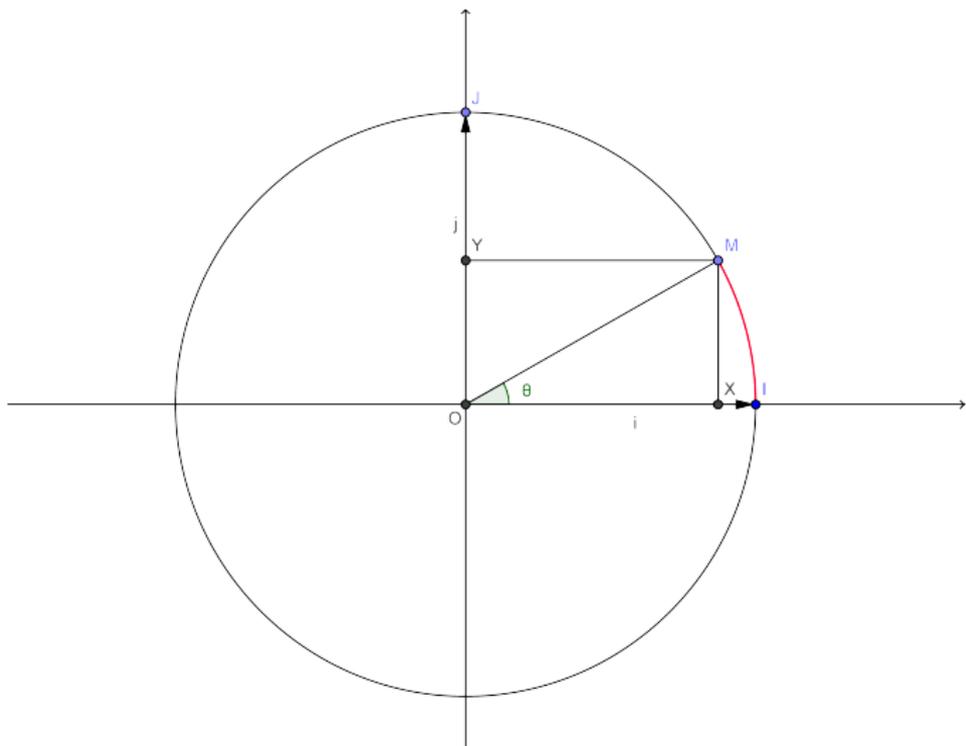
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Sinus et Cosinus d'un angle

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

**Les fonctions  
périodiques de  
bases**

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Sinus et Cosinus d'un angle

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

**Les fonctions  
périodiques de  
bases**

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Proposition

*Les fonctions  $\cos$  et  $\sin$  sont  $2\pi$ -périodiques.*

# Courbes des fonctions Sinus et Cosinus

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

**Les fonctions  
périodiques de  
bases**

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Courbes des fonctions Sinus et Cosinus

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

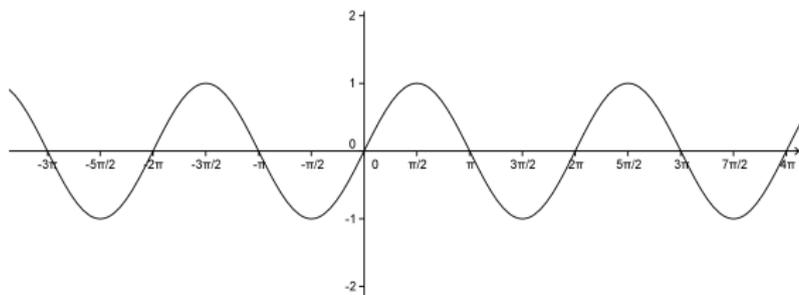
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Courbes des fonctions Sinus et Cosinus

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

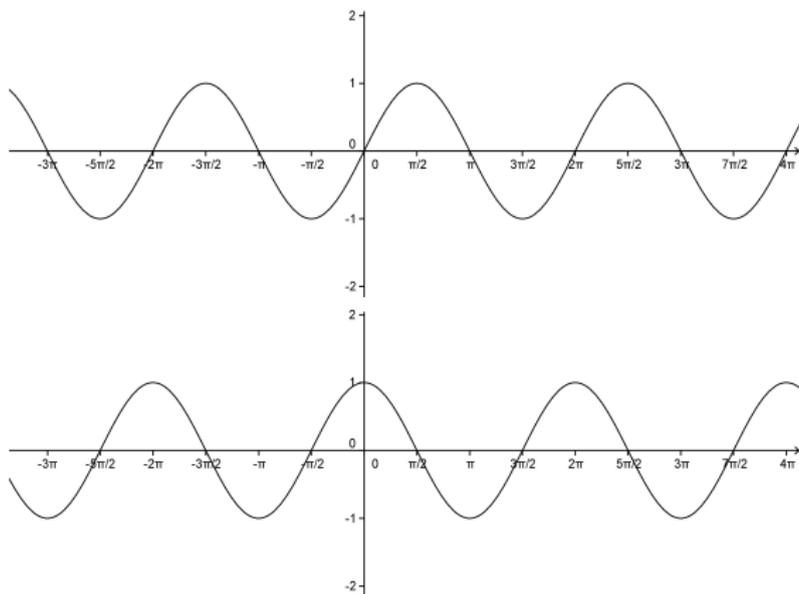
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Construction de fonctions $T$ -périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

**Les fonctions  
sinusoïdales**

Fourier

Helmholtz

## Proposition

# Construction de fonctions $T$ -périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Proposition

*A l'aide d'une fonction cos ou sin, on peut construire une fonction périodique de n'importe quelle période.*

# Construction de fonctions $T$ -périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Proposition

*A l'aide d'une fonction cos ou sin, on peut construire une fonction périodique de n'importe quelle période.*

On pose par exemple :

# Construction de fonctions $T$ -périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Proposition

*A l'aide d'une fonction cos ou sin, on peut construire une fonction périodique de n'importe quelle période.*

On pose par exemple :

$$f(x) = \sin\left(\frac{2\pi}{T}x\right)$$

# Démonstration

## La modélisation du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

**Les fonctions  
sinusoïdales**

Fourier

Helmholtz

# Démonstration

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

**Les fonctions  
sinusoïdales**

Fourier

Helmholtz

On a :

# Démonstration

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

**Les fonctions  
sinusoïdales**

Fourier

Helmholtz

On a :

$$f(x + T) = \sin\left(\frac{2\pi}{T}(x + T)\right)$$

# Démonstration

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

On a :

$$\begin{aligned}f(x + T) &= \sin\left(\frac{2\pi}{T}(x + T)\right) \\ &= \sin\left(\frac{2\pi}{T}x + 2\pi\right)\end{aligned}$$

# Démonstration

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

On a :

$$\begin{aligned}f(x + T) &= \sin\left(\frac{2\pi}{T}(x + T)\right) \\ &= \sin\left(\frac{2\pi}{T}x + 2\pi\right) \\ &= \sin\left(\frac{2\pi}{T}x\right)\end{aligned}$$

# Démonstration

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

On a :

$$\begin{aligned}f(x + T) &= \sin\left(\frac{2\pi}{T}(x + T)\right) \\&= \sin\left(\frac{2\pi}{T}x + 2\pi\right) \\&= \sin\left(\frac{2\pi}{T}x\right) \\&= f(x)\end{aligned}$$

# Les fonctions sinusoïdales

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

**Les fonctions  
sinusoïdales**

Fourier

Helmholtz

## Définition

# Les fonctions sinusoïdales

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

On appelle toute fonction  $f$  s'écrivant de la forme  $f(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}x + \varphi\right)$ , une fonction sinusoïdale et la courbe associée à  $f$  une sinusoïde.

# Les fonctions sinusoïdales

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

On appelle toute fonction  $f$  s'écrivant de la forme  $f(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}x + \varphi\right)$ , une fonction sinusoïdale et la courbe associée à  $f$  une sinusoïde.

## Vocabulaire

# Les fonctions sinusoïdales

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

On appelle toute fonction  $f$  s'écrivant de la forme  $f(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}x + \varphi\right)$ , une fonction sinusoïdale et la courbe associée à  $f$  une sinusoïde.

## Vocabulaire

- $A$  est appelé l'amplitude de  $f$ .

# Les fonctions sinusoïdales

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

On appelle toute fonction  $f$  s'écrivant de la forme  $f(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}x + \varphi\right)$ , une fonction sinusoïdale et la courbe associée à  $f$  une sinusoïde.

## Vocabulaire

- $A$  est appelé l'amplitude de  $f$ .
- $\varphi$  est appelé phase initiale ou phase à l'origine de  $f$ .

# Les fonctions sinusoïdales

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

On appelle toute fonction  $f$  s'écrivant de la forme  $f(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}x + \varphi\right)$ , une fonction sinusoïdale et la courbe associée à  $f$  une sinusoïde.

## Vocabulaire

- $A$  est appelé l'amplitude de  $f$ .
- $\varphi$  est appelé phase initiale ou phase à l'origine de  $f$ .
- $T$  est appelé la période de  $f$ .

# Interprétation graphique

## L'amplitude

**La modélisation  
du son**

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

**Les fonctions  
sinusoïdales**

Fourier

Helmholtz

# Interprétation graphique

## L'amplitude

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

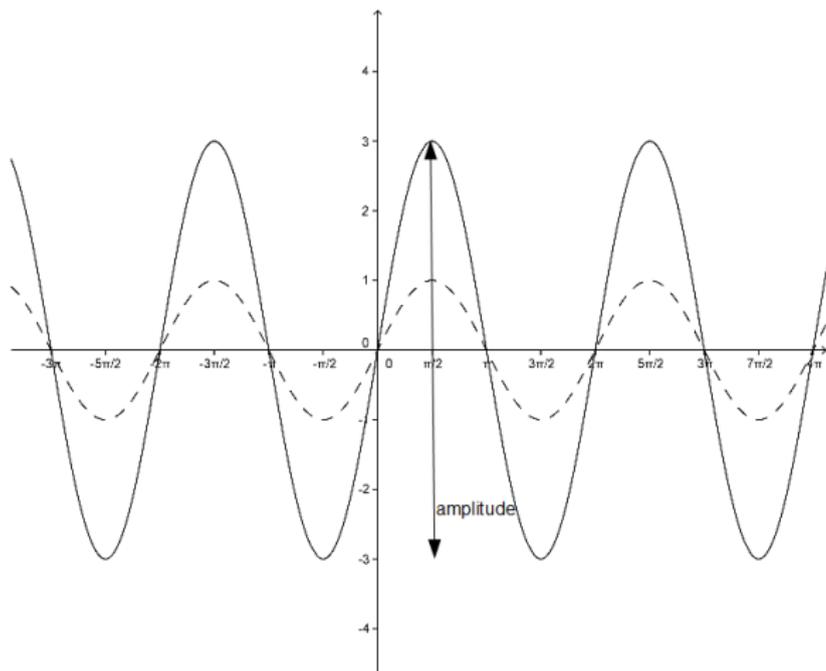
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Interprétation graphique

## Le déphasage

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

# Interprétation graphique

## Le déphasage

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

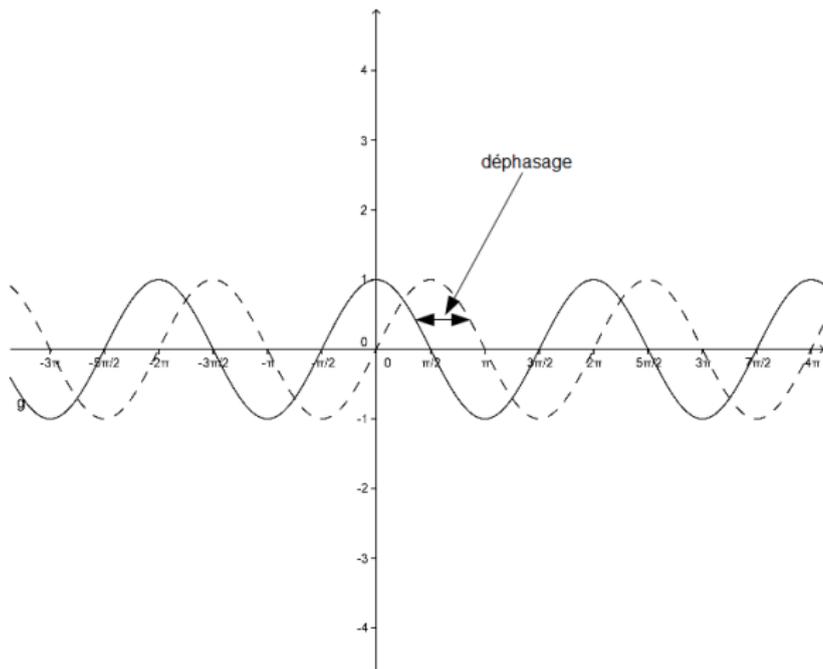
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Interprétation graphique

## La période

**La modélisation  
du son**

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

**Les fonctions  
sinusoïdales**

Fourier

Helmholtz

# Interprétation graphique

## La période

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

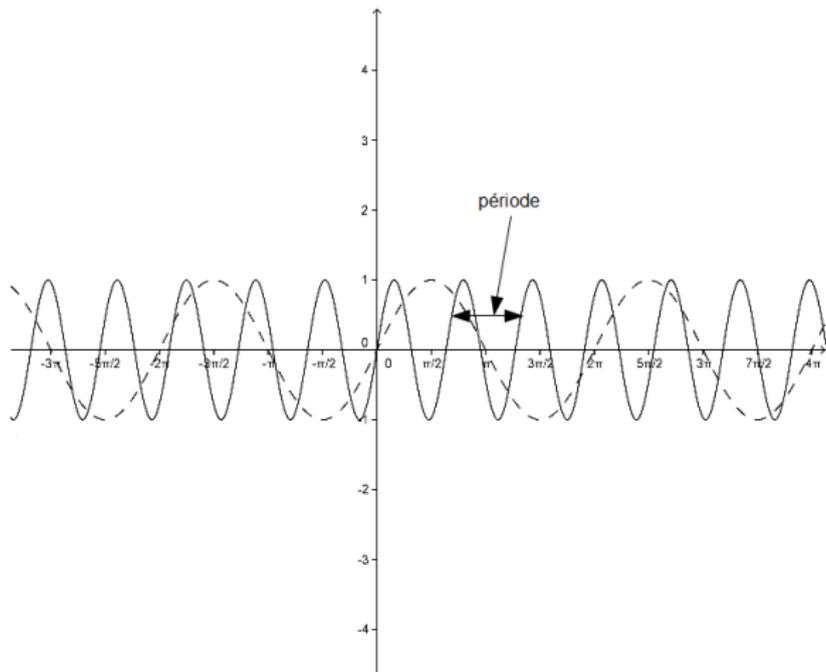
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Une sinusoïde quelconque

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

**Les fonctions  
sinusoïdales**

Fourier

Helmholtz

# Une sinusoïde quelconque

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

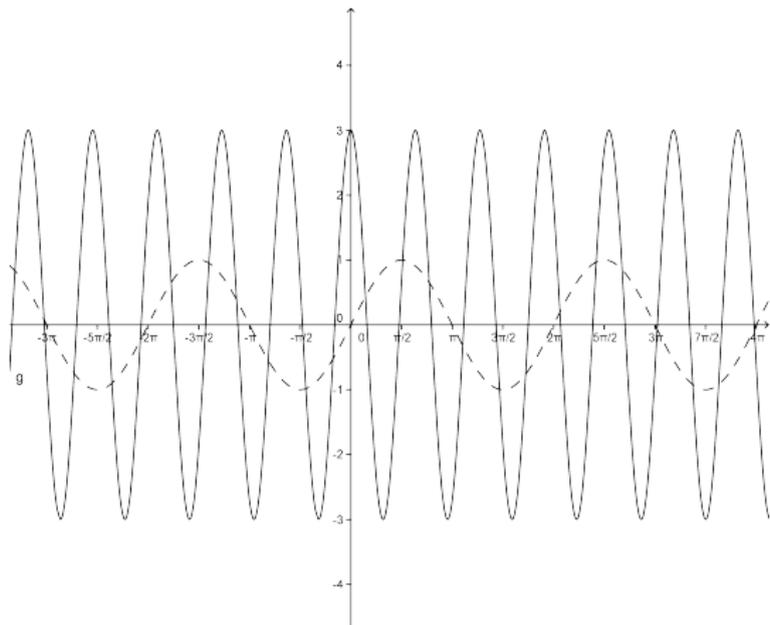
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Résumé

## La modélisation du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

**Les fonctions  
sinusoïdales**

Fourier

Helmholtz

# Résumé

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

Nous avons vu ce que sont :

- les fonctions *cos* et *sin*
- les fonctions sinusoïdales
- les caractéristiques de ces fonctions

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

## Proposition

## Proposition

*Pour tout  $A, B \in \mathbb{R}$  non tous nuls, les fonctions de la forme  $f(x) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}x\right) + B \cos\left(\frac{2\pi}{T}x\right)$  sont des fonctions sinusoïdales et l'amplitude de  $f$  est  $\sqrt{A^2 + B^2}$ .*

# La fréquence

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

## Définition

# La fréquence

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

La *fréquence*  $f$  d'une fonction périodique se définit comme l'inverse de la période  $T$ .

# La fréquence

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

La *fréquence*  $f$  d'une fonction périodique se définit comme l'inverse de la période  $T$ .

$$f = \frac{1}{T}$$

# La fréquence

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

La *fréquence*  $f$  d'une fonction périodique se définit comme l'inverse de la période  $T$ .

$$f = \frac{1}{T}$$

Elle est exprimée en Hertz, noté Hz.

# La fréquence

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

## Définition

La *fréquence*  $f$  d'une fonction périodique se définit comme l'inverse de la période  $T$ .

$$f = \frac{1}{T}$$

Elle est exprimée en Hertz, noté Hz.

## Remarque

*La fréquence d'un son correspond à la hauteur de celui-ci*

# Correspondance entre son et fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

# Correspondance entre son et fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

durée du son

# Correspondance entre son et fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

durée du son	intervalle de définition de la fonction
--------------	---

# Correspondance entre son et fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

durée du son	intervalle de définition de la fonction
hauteur du son	

# Correspondance entre son et fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

durée du son	intervalle de définition de la fonction
hauteur du son	fréquence de la fonction

# Correspondance entre son et fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

durée du son	intervalle de définition de la fonction
hauteur du son	fréquence de la fonction
intensité du son	

# Correspondance entre son et fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

durée du son	intervalle de définition de la fonction
hauteur du son	fréquence de la fonction
intensité du son	amplitude de la fonction

# Correspondance entre son et fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

durée du son	intervalle de définition de la fonction
hauteur du son	fréquence de la fonction
intensité du son	amplitude de la fonction
timbre	

# Correspondance entre son et fonction périodique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

durée du son	intervalle de définition de la fonction
hauteur du son	fréquence de la fonction
intensité du son	amplitude de la fonction
timbre	?

# L'expérience de Sauveur

## La modélisation du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

# L'expérience de Sauveur

## La modélisation du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

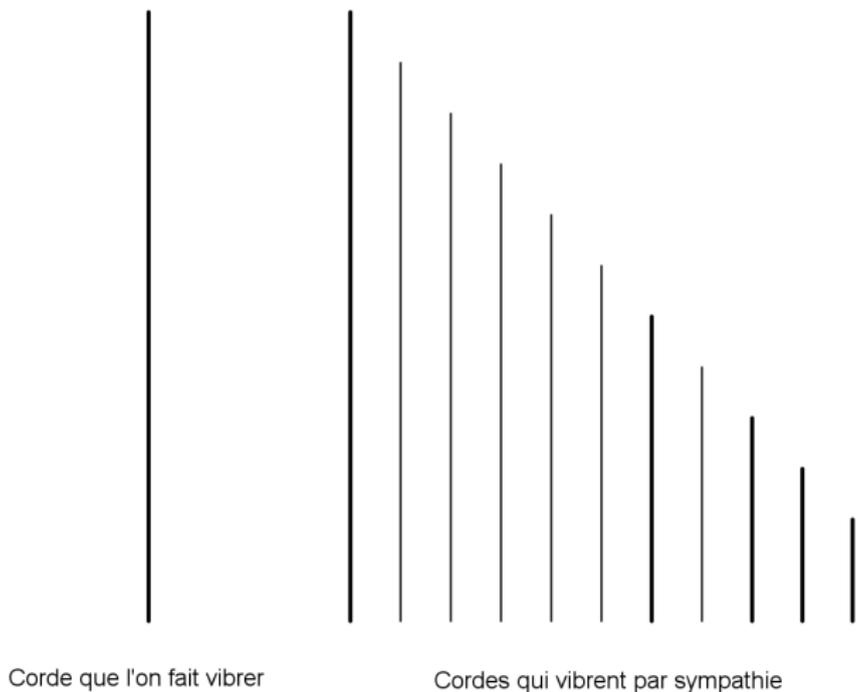
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz



# Joseph Fourier (1768-1830)

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

# Joseph Fourier (1768-1830)

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz



# Décomposition de Fourier

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

# Décomposition de Fourier

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

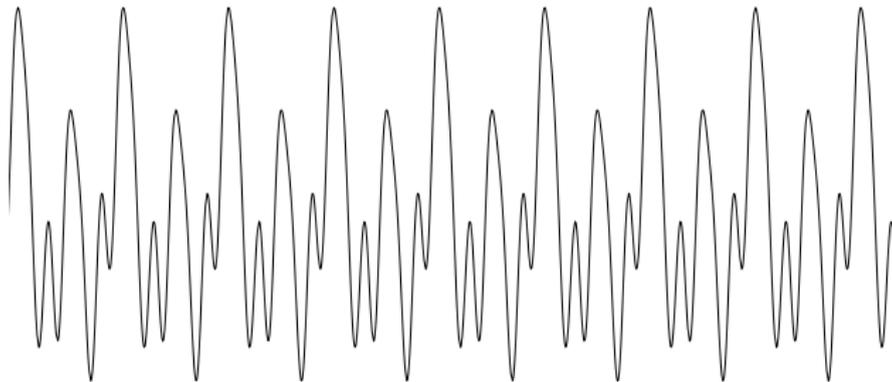
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz



# Décomposition de Fourier

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

# Décomposition de Fourier

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

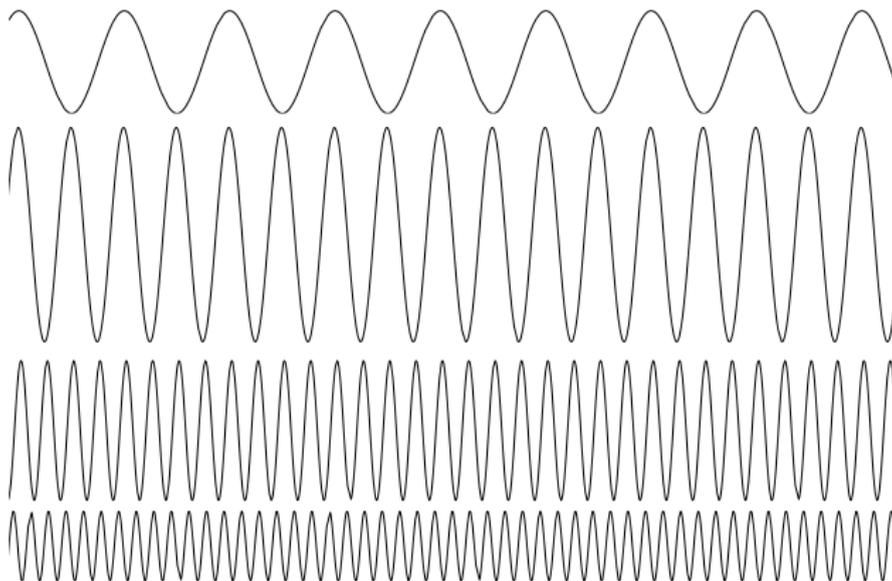
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Écriture mathématique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

# Écriture mathématique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

**Fourier**

Helmholtz

$$\left( a_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}x\right) + b_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T}x\right) \right)$$

# Écriture mathématique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

$$\begin{aligned} & \left( a_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}x\right) + b_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T}x\right) \right) \\ + & \left( a_2 \cos\left(\frac{4\pi}{T}x\right) + b_2 \sin\left(\frac{4\pi}{T}x\right) \right) \end{aligned}$$

# Écriture mathématique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

$$\begin{aligned} & \left( a_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}x\right) + b_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T}x\right) \right) \\ + & \left( a_2 \cos\left(\frac{4\pi}{T}x\right) + b_2 \sin\left(\frac{4\pi}{T}x\right) \right) \\ + & \dots \end{aligned}$$

# Écriture mathématique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

$$\begin{aligned} & \left( a_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}x\right) + b_1 \sin\left(\frac{2\pi}{T}x\right) \right) \\ + & \left( a_2 \cos\left(\frac{4\pi}{T}x\right) + b_2 \sin\left(\frac{4\pi}{T}x\right) \right) \\ + & \dots \\ + & \left( a_n \cos\left(\frac{2n\pi}{T}x\right) + b_n \sin\left(\frac{2n\pi}{T}x\right) \right) \end{aligned}$$

# Écriture mathématique

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

$$\begin{aligned} & \left( a_1 \cos \left( \frac{2\pi}{T} x \right) + b_1 \sin \left( \frac{2\pi}{T} x \right) \right) \\ + & \left( a_2 \cos \left( \frac{4\pi}{T} x \right) + b_2 \sin \left( \frac{4\pi}{T} x \right) \right) \\ + & \dots \\ + & \left( a_n \cos \left( \frac{2n\pi}{T} x \right) + b_n \sin \left( \frac{2n\pi}{T} x \right) \right) \\ + & \dots \end{aligned}$$

# Interrogation d'Helmholtz

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

**Helmholtz**

# Interrogation d'Helmholtz

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

*"Ce mode de décomposition des formes vibratoires, tel que le décrit et le rend possible le théorème de Fourier, ne serait-ce qu'une fiction mathématique, admissible pour la facilité du calcul, mais ne correspondant pas nécessairement à quelque chose dans la réalité ? [...]"*

# Interrogation d'Helmholtz

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

*"Ce mode de décomposition des formes vibratoires, tel que le décrit et le rend possible le théorème de Fourier, ne serait-ce qu'une fiction mathématique, admissible pour la facilité du calcul, mais ne correspondant pas nécessairement à quelque chose dans la réalité ? [...] La possibilité mathématique, établie par Fourier, de décomposer en vibrations simples tout mouvement sonore, ne peut nous autoriser à conclure que ce soit là le seul mode admissible de décomposition, si nous ne pouvons prouver qu'il a un sens réel."*

# Helmholtz (1821-1894)

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

**Helmholtz**

# Helmholtz (1821-1894)

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

**Helmholtz**



# Le ressort

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

**Helmholtz**

# Le ressort

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

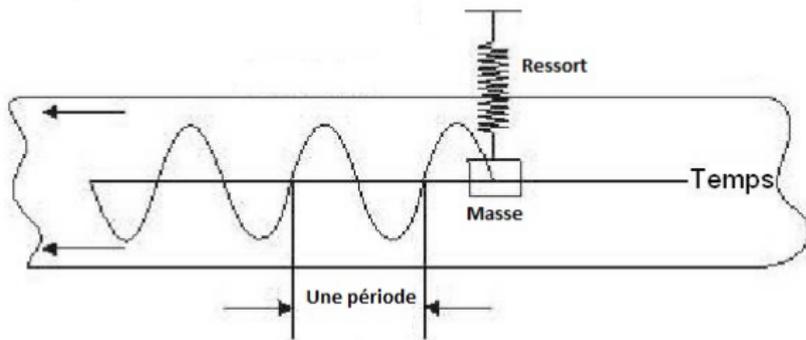
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Le diapason

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

**Helmholtz**

# Le diapason

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

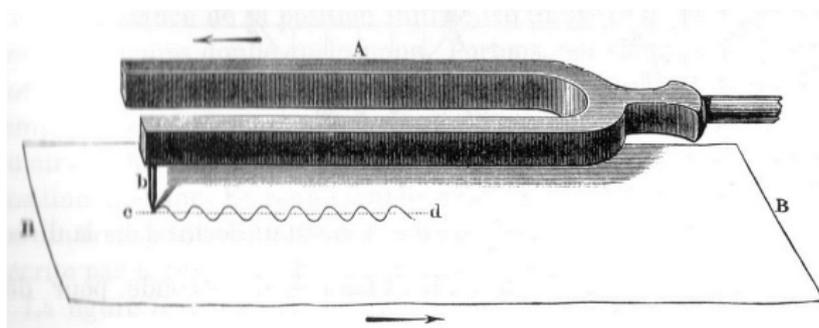
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Le résonateur d'Helmholtz

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

**Helmholtz**

# Le résonateur d'Helmholtz

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# L'analyseur de sons

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

**Helmholtz**

# L'analyseur de sons

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

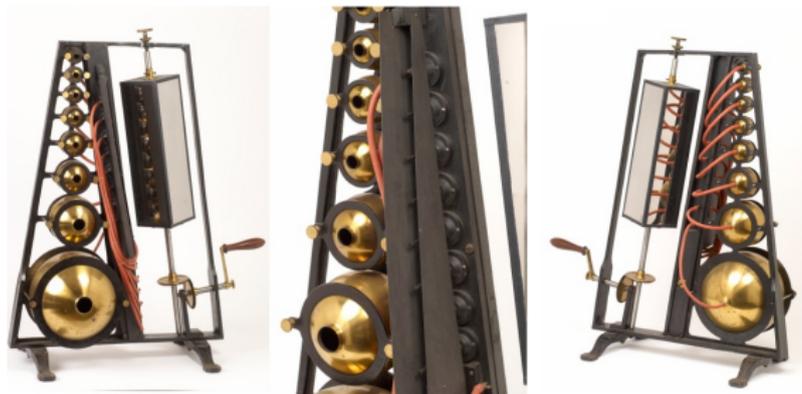
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# Le fonctionnement de l'oreille

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

**Helmholtz**

# Le fonctionnement de l'oreille

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

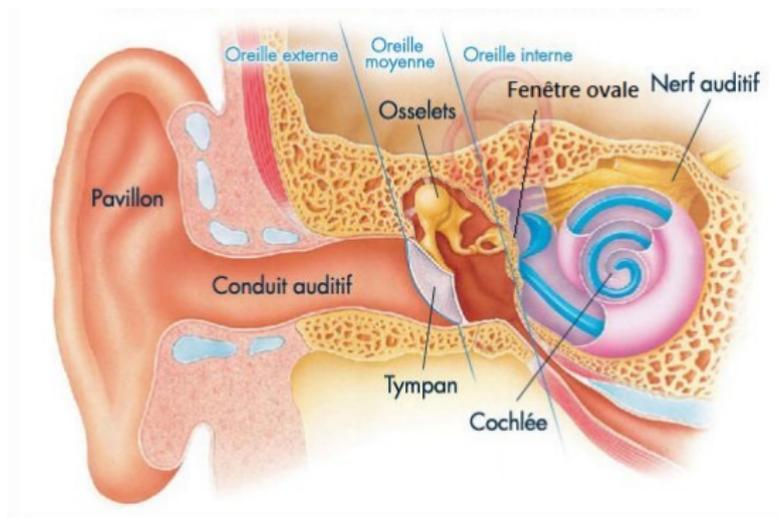
Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz



# La cochlée

## La modélisation du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

**Helmholtz**

# La cochlée

La modélisation  
du son

Frédéric Racine

Son et onde

Modélisation  
mathématique

Phénomène  
périodique  
naturel

Les fonctions  
périodiques de  
bases

Les fonctions  
sinusoïdales

Fourier

Helmholtz

